УДК 519.713; 519.711:53

МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ИСПАРЕНИЯ И РОСТА ДВИЖУЩИХСЯ КАПЕЛЬ

Федоров В. Н., Кулишенко Р. Ю., Проститенко О. В., Бобтенков А. В.

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)», г. Санкт-Петербург, Россия (190013, г. Санкт-Петербург, Московский пр. 26), e-mail: fedorov_ggo@pochta.ru

Предлагаемая в рамках данной статьи модель описывает процесс испарения и роста движущихся капель в газообразной среде. Создание строгой модели роста капель может базироваться на нестационарных кинетических уравнениях. Рост одиночной частицы шаровой формы из переохлажденного пара или газа, перенасыщенного парами жидкости, подчиняется общим законам гидродинамики и тепло-массообмена в сплошных средах, которые позволяют достаточно точно предсказать ее скорость роста. Также следует учитывать, что при движении капли в среде скорость ее испарения может изменяться, поскольку молекулы пара, находящиеся около поверхности капли, уносятся средой. При достаточно больших размерах капель, по сравнению с размерами атомов, молекул и кластеров, они будут иметь развитую поверхность, поэтому решение этих задач усложняется наличием поверхностей раздела. Возникают сложные проблемы формирования граничных условий и решений граничных задач для кинетического уравнения. В предлагаемой авторами данной статьи модели учитываются влияние всех вышеизложенных факторов.

Ключевые слова: испарение, гидродинамика, газовая среда, аэрозоли, гидромеханика, пылеулавливание.

THE MODEL OF THE PROCESS OF EVAPORATION AND GROWTH OF MOVING DROPLETS

Fedorov V. N., Kulishenko R. Yu., Prostitenko O. V., Bobtenkov A. V.

[1]St. Petersburg State Institute of Technology, St. Petersburg, Russia (26, Moskovskij pr., St. Petersburg, Russia, 190013), e-mail: fedorov_ggo@pochta.ru

The model proposed in this article describes the process of evaporation and growth of droplets moving in a gas. Creating a rigorous model of droplet growth can be based on time-dependent kinetic equations. The growth of spherical shape single-particle from the supercooled vapor or gas-saturated liquid vapor obeys the general laws of hydrodynamics and heat and mass transfer in continuous media, which can accurately predict its growth rate. Also note that when the drop in its rate of evaporation of the medium may change, since the vapor molecules, which are near the surface of the droplets are carried away by the environment. For sufficiently large droplets, compared to the size of atoms, molecules and clusters, they will have a developed surface, so the solution of these problems is complicated by the presence of interfaces. Raises difficult problems of formation of the boundary conditions and solutions of boundary value problems for kinetic equations. In this model, the authors of this paper takes into account the effect of all the above factors.

Keywords: evaporation, hydrodynamics, gas atmosphere, aerosols, fluid mechanics, dedusting.

Представим конденсационное пылеулавливание как процесс эволюции во времени большой системы капель. В принципе, вероятно, возможно рассмотреть поставленную задачу, решив уравнение Лиувилля при надлежащем выборе начальных и граничных условий. Детальный анализ такого решения должен выявить особенности, наблюдаемые при конденсации в дисперсных системах. Сказанное основано на следующей фундаментальной идее: если задана некоторая система уравнений и начальное ее состояние при $\tau = 0$, то ее эволюцию в последующие моменты времени можно объяснить посредством задания точных законов микрокинетики изучаемого явления. Однако подход, основанный на решении уравнения Лиувилля, требует глубоких знаний методов статистической физики и законов

микрокинетики конденсации в дисперсных системах. В связи с этим воспользуемся более традиционным подходом [1] и уже на самом первом этапе рассуждений откажемся от точных законов микрокинетики, умышленно заменим их вероятностным законом. Такая операция обладает, по меньшей мере, одним достоинством – ясностью.

Итак, рассмотрим аэрозольную частицу (каплю) объемом V, помещенную в переохлажденный пар. Как уже отмечалось выше, состояние каждой капли в аппарате определяется координатами ее центра массы, размером и формой. Чтобы упростить анализ, примем, что основной характеристикой капли является ее объем, что дает возможность рассматривать ее как шар, объем которого равен объему капли.

Рост одиночной частицы шаровой формы из переохлажденного пара или газа, перенасыщенного парами жидкости, подчиняется общим законам гидродинамики и тепло-массообмена в сплошных средах, которые позволяют достаточно точно предсказать ее скорость роста. Однако если анализировать усредненное поведение коллектива одинаковых частиц (который всегда можно выделить из множества капель в потоке), то можно говорить о среднем непрерывном изменении размера частиц на фоне флуктуаций этого изменения. Другими словами, скорость изменения объема частиц в коллективе одинаковых частиц можно представить как сумму средней непрерывной скорости роста $\langle \eta(V) \rangle$ и случайной функции времени $\tilde{\eta}_V(\tau)$, отражающей колебания «мгновенной» скорости роста относительно среднего значения [1]:

$$dV / d\tau = \langle \eta(V) \rangle + \tilde{\eta}_V(\tau) .$$

Под влиянием каждой отдельной флуктуации, вызванной изменением условий взаимодействия отдельных частиц со средой, происходит малое отклонение скорости роста от ее среднего значения. Если мы не хотим входить в детали динамики взаимодействия системы многих частиц со средой (газом), то единственное утверждение, которое можно высказать относительно флуктуаций, заключается в том, что они весьма многочисленны и чрезвычайно нерегулярны по своей величине. Это утверждение дает нам необходимую основу для применения закона больших чисел и теории вероятностей в описании процесса. Мы не можем считать величину $\tilde{\eta}_V(\tau)$ заданной функцией времени, однако можем сделать разумные предположения о влиянии флуктуации при усреднении по большому числу одинаковых частиц (то есть по их ансамблю). Аналогично мы не можем предсказать скорость роста или объем капли в каждый момент времени τ, но можем предсказать средний результат большого числа экспериментов, выполненных в одинаковых условиях. Следовательно, подход к решению данного уравнения должен отличаться от традиционной

детерминированной задачи роста частицы. Данное является типичным представителем класса так называемых стохастических (или случайных) уравнений и относится к теории стохастических процессов.

При движении капли в среде скорость ее испарения может изменяться, поскольку молекулы пара, находящиеся около поверхности капли, уносятся средой. Рассмотрим процесс теплообмена при движении капель в потоке несущей фазы. Уравнение конвективного теплообмена для сферической капли можно представить в известной форме:

$$m_d c_{pd} \frac{dT}{d\tau} = \alpha_d 4\pi R^2 \Delta T_d ,$$

где: m_d, c_{pd} – масса и теплоемкость капли; α_d – коэффициент теплоотдачи; $\Delta T_d = T_{cw} - T_d$ – разность между температурой T_{cw} пара на поверхности капли и средней температурой капли T_d. Величина T_{cw}, определяется по известной формуле:

$$T_{cw} = T_c + \sqrt{\Pr}\frac{(w_c - w_d)^2}{2c_{pc}},$$

где: второй член учитывает частичное восстановление температуры в паровом слое вблизи поверхности капли;

$\Pr$ – число Прандтля;

c_{pc} – теплоемкость пара.

Во многих случаях поправкой, учитывающей частичное восстановление температуры торможения на поверхности капли, можно пренебречь.

Коэффициент теплоотдачи для режима континуума, когда длина свободного пробега молекул значительно меньше диаметра частицы, можно определять, используя эмпирическое соотношение:

$$\mathrm{Nu}_0 = 2 + A\,\mathrm{Re}^B\,\mathrm{Pr}^{1/3}. \qquad (1)$$

В частности известны формулы: Ранца – Маршала (цит. по [2]):

$$\mathrm{Nu}_0 = 2 + 0{,}6\,\mathrm{Re}^{0{,}5}\,\mathrm{Pr}^{1/3},$$

а также Дрейка:

$$\mathrm{Nu}_0 = 2 + 0{,}459\,\mathrm{Re}^{0{,}55}\,\mathrm{Pr}^{1/3}.$$

Подчеркнем, что в области глубоких разрежений необходимо учитывать зависимость коэффициента теплоотдачи от числа Кнудсена [3]. Соответствующая зависимость, справедливая в широком диапазоне значений $10^{-3} < \mathrm{Kn} < 10^{2}$, включающем режимы течения со скольжением и свободно молекулярного движения, получена в таком виде [2]:

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_0 (1 + 3{,}18\mathrm{Kn})^{-1}, \qquad (2)$$

где, как и ранее, $\mathrm{Nu} = 2R\alpha_d / \lambda_c$; Nu_0 – исходное число Нуссельта (1). Для режима течения со скольжением, охватывающего и переход к свободномолекулярному течению, можно использовать формулу [3]:

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_0 (1 + \mathrm{Kn})^{-1}. \qquad (3)$$

Расчетами [4] установлено, что частицы размером $R < 10^{-7}$ м движутся с сохранением температурного равновесия. В работе [5] подробно проанализированы теоретические и экспериментальные данные по этому вопросу и сделан вывод, что согласно теории, в области Стокса при $\mathrm{Re} < 1$, возрастание интенсивности испарения на передней поверхности частицы компенсируется его уменьшением на задней поверхности частицы. Таким образом, полная скорость испарения не меняется. К тому же, при очень высоких числах Re вылетающие из частицы молекулы уносятся от нее так быстро, что процесс напоминает испарение в вакууме. Этот процесс несущественен для частиц диаметром меньше 40 мкм, так как их движение относительно среды происходит при малых числах Re, или они быстро замедляются до малых чисел Re. То есть, при оценках скорости испарения и конденсации, движением капли можно пренебречь.

Выводы

Создание строгой модели роста капель может базироваться на нестационарных кинетических уравнениях. При достаточно больших размерах капель, по сравнению с размерами атомов, молекул и кластеров, они будут иметь развитую поверхность, поэтому решение этих задач усложняется наличием поверхностей раздела. Возникают сложные проблемы формирования граничных условий и решений граничных задач для кинетического уравнения. В этом случае возможен переход к системе уравнений, аналогичной:

$$\varphi_i(n+1) = \sum_{j=1}^{j=k} \varphi_j(n)\, p_{ij}(n); \qquad i, j = 1,2,3,\ldots k \qquad (4)$$

где $\varphi_i(n)$ – вероятность нахождения частицы в V_i-м состоянии в момент времени τ_n;

$p_{ji}(n)$ – условная вероятность перехода частицы из состояния V_j в состояние V_i за время $\Delta\tau = \tau_{n+1} - \tau_n$,

для скорости зародышеобразования, когда основными параметрами модели являются вероятности присоединения и отрыва одиночного атома (молекулы) кластера от поверхности капли.

Список литературы

1. Балеску Р. Равновесная и неравновесная статистическая механика. – М.: Мир. 1978. 406 с.
2. Дейч М. Е., Филлипов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. – М.: Энергоиздат. 1981. 472с.
3. Фукс Н. А. Механика аэрозолей. – М.: Изд-во АН СССР, 1955. 352с.
4. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения. – Минск. Высшая школа, 1972. 480 с.
5. Фукс Н. А. Испарение и рост капель в газообразной среде. – М.: Изд-во АН СССР, 1958. 91 с.

Рецензенты:

Веригин Александр Николаевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой машин и аппаратов химической промышленности ФГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)», г. Санкт-Петербург.

Холоднов Владислав Алексеевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математического моделирования и оптимизации химико-технологических процессов ФГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)», г. Санкт-Петербург.