

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ГАЗОДИСПЕРСНЫХ ПОТОКОВ

Сугак Е.В.¹, Сугак А.В.²

¹ Сибирский государственный аэрокосмический университет, Красноярск, Россия (660014, г. Красноярск, проспект им. газеты «Красноярский рабочий», 31), e-mail: sugak@mail.ru

² Ярославский государственный технический университет, Ярославль, Россия (150023, г. Ярославль, Московский проспект, 88)

Предложен новый подход к моделированию закрученных турбулентных газодисперсных потоков. Разработана методика вероятностно-статистического моделирования с учетом детерминированно-стохастической природы турбулентного движения сплошной и дисперсной фаз с использованием методов теории вероятностей и теории случайных процессов. Разработана модель закрученного турбулентного газодисперсного потока в цилиндрическом канале, методика расчета профиля концентрации частиц и его изменения по длине канала. Разработанная методика моделирования может использоваться при анализе, интенсификации и повышении эффективности гидродинамических, тепло- и массообменных процессов в гетерофазных системах в режимах с интенсивным взаимодействием фаз, моделировании и расчетах процессов и аппаратов химических технологий, очистки промышленных газовых выбросов от газообразных и высокодисперсных примесей в центробежных прямоточных сепараторах и циклонах.

Ключевые слова: аэродинамика, двухфазные системы, аэрозоли, процессы и аппараты, турбулентные потоки.

SIMULATION OF SWIRLING TURBULENT GAS-DISPERSION FLOWS

Sugak E.V.¹, Sugak A.V.²

¹ Siberian State Aerospace University, Krasnoyarsk, Russia (660014, Krasnoyarsk, Krasnoyarsky Rabochy Av., 31), e-mail: sugak@mail.ru

² Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia (150023, Yaroslavl, Moscow Av., 88)

A new approach to the modeling of turbulent swirling gas-dispersed flows. The technique of probabilistic and statistical modeling with the deterministic-stochastic nature of the turbulent motion of the continuous and dispersed phases with use of probability theory and stochastic processes. The model of swirling turbulent gas-dispersed flow in a cylindrical channel, the method of calculation of the concentration profile of the particles and changes along the channel. The developed simulation method can be used in the analysis, the intensification and improvement of the hydrodynamic, heat and mass transfer processes in heterophase system is in intensive interaction phases of modeling and calculation processes and devices of chemical technologies for purification of industrial waste gases from gaseous impurities and highly centrifugal ramjet separators and cyclones.

Keywords: aerodynamics, two-phase systems, aerosols, processes and devices, turbulence.

Для расчета движения частиц в закрученном потоке обычно используются упрощенные модели, в которых учитываются только наиболее значимые силы [1; 4]. В вертикальном восходящем или нисходящем закрученном потоке без учета влияния турбулентных пульсаций газа такими силами являются сила тяжести, сила Кориолиса и центробежная сила. Система уравнений движения частицы может быть записана в виде [1; 4; 5]:

$$\frac{du_z}{dt} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho}{\rho_d} \cdot \frac{\Psi_z}{\delta} |w_z - u_z| (w_z - u_z) \pm g, \quad (1)$$

$$\frac{du_\tau}{dt} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho}{\rho_d} \cdot \frac{\Psi_\tau}{\delta} |w_\tau - u_\tau| (w_\tau - u_\tau) - \frac{u_\tau u_r}{r}, \quad (2)$$

$$\frac{du_r}{dt} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho}{\rho_d} \cdot \frac{\Psi_r}{\delta} |w_r - u_r| (w_r - u_r) + \frac{u_\tau^2}{r}, \quad (3)$$

где u_z , u_τ и u_r – осевая, окружная (тангенциальная) и радиальная составляющие скорости ча-

стицы, m/c ; w_z , w_τ и w_r – осевая, окружная (тангенциальная) и радиальная составляющие скорости газа, m/c ; δ – диаметр частиц, m ; ρ_d и ρ – плотности материала частиц и газа, kg/m^3 ; g – ускорение свободного падения (знак «+» относится к нисходящему потоку, «-» к восходящему), m/c^2 ; r – радиус-вектор (расстояние от оси канала), m ; Ψ_z , Ψ_τ и Ψ_r – коэффициенты сопротивления в осевом, окружном (тангенциальном) и радиальном направлениях.

Для расчета траекторий движения частицы в закрученном потоке необходимо задать законы изменения осевой, окружной и радиальной составляющих скорости потока по длине и радиусу канала. Для приближенного расчета используются эмпирические зависимости и упрощенные формы полей скоростей [4]. Обычно считается, что осевая составляющая скорости газа одинакова по сечению канала, радиальная равна нулю, тангенциальная подчиняется закону вращения твердого тела в приосевой зоне и потенциальному закону – в периферийной [5]. Затухание закрутки, влияние турбулентных пульсаций газа и вторичный унос частиц с поверхности канала при оценочных расчетах, как правило, не учитывается.

При постоянной осевой составляющей скорости потока и стоксовском режиме обтекания скорость относительного движения $w_z - u_z$ принимает постоянное максимальное предельное значение $g\tau$, при этом для восходящего потока $u_z = w_z - g\tau$, для нисходящего – $u_z = w_z + g\tau$ [4]. Для высокодисперсных частиц скоростью седиментации можно пренебречь и считать, что осевая скорость частиц в закрученном потоке в цилиндрическом канале равна осевой скорости газа [4].

При $Re_d < 1$ уравнение движения частицы в тангенциальном направлении (2) принимает вид

$$\frac{du_\tau}{dt} = \frac{18\mu}{\delta^2\rho} (w_\tau - u_\tau) - \frac{u_\tau u_r}{r} \quad (4)$$

или

$$r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \left(2 \frac{dr}{dt} + \frac{r}{\tau} \right) \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\omega r}{\tau}, \quad (5)$$

где φ – угол поворота частицы при вращении вокруг оси канала, rad , $\tau = \delta^2\rho_d/(18\mu)$ – время релаксации, s .

Для высокодисперсных частиц первое слагаемое в скобках в уравнении (5) гораздо меньше второго и им можно пренебречь (это равносильно допущению о малости силы Кориолиса). Тогда уравнение (5) примет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \left(\frac{d\varphi}{dt} - \omega \right) = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \{ t - \tau [1 - \exp(-t/\tau)] \}, \quad (7)$$

т.е. угловая скорость вращения частицы вокруг оси канала и окружная (тангенциальная) составляющая скорости частицы

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega[1 - \exp(-t/\tau)], \quad u_\tau = r \frac{d\varphi}{dt} = \omega r [1 - \exp(-t/\tau)] = w_\tau [1 - \exp(-t/\tau)]. \quad (8)$$

При $t \gg \tau$ с высокой степенью точности $\varphi \approx \varphi_0 + \omega t$, $d\varphi/dt \approx \omega$ и $u_\tau \approx w_\tau$. Поэтому в большинстве практически значимых случаев можно принять, что в тангенциальном направлении скорость частицы равна скорости газа.

В радиальном направлении на частицу, кроме сил аэродинамического сопротивления, действует только центробежная сила. Для высокодисперсных частиц при $Re_d < 1$, $u_\tau = w_\tau$ и $w_r = 0$ уравнение движения (3) может быть записано в виде:

$$\frac{du_r}{dt} = \frac{w_\tau^2}{r} - \frac{u_r}{\tau}. \quad (9)$$

Если в уравнениях (3) и (9) пренебречь силой инерции (для высокодисперсных частиц при сравнительно небольших угловых скоростях), что равносильно пренебрежению разгонным участком, то расчет движения частиц можно производить, приравняв силы аэродинамического сопротивления и центробежную силу [3]. Тогда уравнение (9) можно записать в виде

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \tau \omega_0^2. \quad (10)$$

Решением уравнения (10) является выражение [2]

$$r = r_0 \exp(\tau \omega_0^2 t). \quad (11)$$

Для расчета равновесных траекторий движения частиц в закрученном потоке газа и оценки адекватности предложенных упрощенных решений можно использовать выражение для тангенциальной скорости газа, учитывающее затухание крутки потока [6]:

$$w_\tau(r, z) = w_{\tau 0}(r) \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2 \bar{w}_z}{4\nu z}\right) \right] \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(R-r)^2 \bar{w}_z}{4\nu z}\right] \right\}. \quad (12)$$

где $w_{\tau 0}(r)$ – функция распределения окружной (тангенциальной) скорости во входном сечении канала, м/с, R – радиус канала, м; ν – кинематическая вязкость газа, м²/с.

Рассмотренные модели движения частиц в закрученном потоке газа дают лишь общее представление о поведении частиц, хотя и определяют основные тенденции развития гидродинамических процессов и влияние основных параметров [4]. Основными недостатками таких моделей является отсутствие учета турбулентных пульсаций газа и связанных с ними отклонений траекторий частиц от равновесных. Так как эти отклонения носят стохастический характер, то и анализ поведения частиц должен включать использование как детерминированных, так и вероятностных методов, в частности – с использованием вероятностно-статистического подхода к моделированию двухфазных потоков [7]. При этом, как и для незакрученных потоков, от расчета траекторий частиц и определения положения частиц в каж-

дый момент времени необходимо перейти к определению вероятности нахождения частицы в каждой точке канала, а для совокупности большого числа частиц – к распределению частиц по длине и сечению канала, т.е. расчету поля их концентраций и его изменения во времени или по длине канала [7].

В турбулентном потоке аэрозольные частицы могут перемещаться как вместе с газом или под воздействием внешних сил (детерминированное движение), так и посредством диффузии (молекулярной или турбулентной). В соответствии с этим для описания поведения частиц используются диффузионная модель, учитывающая как детерминированную, так и диффузионную составляющие движения [8; 9]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial r}(u_r n) + D_d \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_d \frac{\partial n}{\partial z} \right), \quad (13)$$

где n – концентрация частиц, m^{-3} ; D_d – коэффициент диффузии, m^2/c .

Если рассматривать движение частицы как последовательность скачкообразных перемещений длиной l через малые промежутки времени Δt в одном из шести возможных направлений в цилиндрической системе координат z – r , то траектория ее движения будет представлять собой трехмерную ломаную из отрезков длиной l и скорость перемещения в каждом из направлений будет определяться соответствующими вероятностями p_i : p_{+z} , p_{-z} , p_{+r} , p_{-r} , p_{+r} и p_{-r} (при этом $p_{+z}(t) + p_{-z}(t) + p_{+r}(t) + p_{-r}(t) + p_{+r}(t) + p_{-r}(t) = 1$). Для осесимметричного закрученного потока можно перейти к вращающейся системе координат и рассматривать двухмерную задачу и движение частиц в одном из четырех возможных направлений с вероятностями p_{+z} , p_{-z} , p_{+r} и p_{-r} (при этом $p_{+z}(t) + p_{-z}(t) + p_{+r}(t) + p_{-r}(t) = 1$).

В системе координат, перемещающейся вместе с газом с постоянной осевой скоростью, перемещения частицы в трех направлениях из четырех обусловлены только случайными воздействиями турбулентных пульсаций газа (два направления вдоль осевой координаты и в направлении от поверхности канала), а в одном направлении (к поверхности канала) – совместным действием центробежной силы и турбулентной диффузии. Значения вероятностей перемещения частицы в каждом из направлений можно выразить с помощью параметра перехода k , который может принимать значения от 0 до 1: значение $k = 1$ соответствует предельному случаю чистой турбулентной диффузии, а $k = 0$ – предельному случаю строго детерминированного движения [10]. Вероятность диффузии в любом направлении одинакова, и поэтому $p_{+z} = p_{-z} = p_{-r} = k/(2s) = k/4$, вероятность движения частицы к поверхности канала в результате совместного действия детерминированного и стохастического механизмов $p_{+r} = (1-k) + k/(2s) = 1 - 3k/4$ (легко убедиться, что при любом значении k сумма вероятностей равна единице).

Пользуясь такой моделью при известных значениях вероятностей p_i , можно с помощью методов вероятностно-статистического моделирования и генератора случайных чисел моделировать движение частицы в закрученном потоке (рис. 1). Однако для использования его результатов для расчета поля концентраций частиц необходимо рассчитать большое количество случайных траекторий, учитывая и их различное положение в начальном сечении канала. Поэтому такой метод может использоваться для числа частиц не более нескольких сотен (рис. 2).

Детерминированная скорость u может быть представлена как отношение расстояния $(1-k)ml$, которое проходит частица за m перемещений и время $m\Delta t$, к этому времени:

$$u = \frac{(1-k)ml}{m\Delta t} = \frac{(1-k)l}{\Delta t}. \quad (14)$$

Коэффициент диффузии для s -размерного случайного пути может быть определен по уравнению [10]:

$$D_d = \frac{\overline{(x-\bar{x})^2}}{2s\Delta t} = \frac{k(2-k)l^2}{2s\Delta t}, \quad (15)$$

где $\bar{x} = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_{2s}x_{2s}$ – средняя координата.

В соответствии с этим для вероятностно-статистического моделирования закрученного газодисперсного потока и расчета распределения частиц по сечению канала и его изменения по длине в каждом из уравнений вероятностно-стохастической модели появятся члены, отражающие влияние центробежной силы или детерминированной скорости движения частиц под действием центробежной силы [6]. Опуская достаточно очевидные рассуждения и преобразования, аналогичные осевому движению, основное уравнение модели для осесимметричного течения в канале в общем случае можно получить в виде

$$n_i(z + \Delta z) = n_i(z) + \frac{\lambda_i(z)\Delta z}{u_{z_i}(z)} \left[\frac{l_{i-1}^2(z)}{l_i^2(z)} n_{i-1}(z) + \frac{l_{i+1}^2(z)}{l_i^2(z)} n_{i+1}(z) - 2n_i(z) \right] + \frac{u_{r_i}(z)}{u_{z_i}(z) l_i(z)} \Delta z [n_{i+1}(z) - n_i(z)], \quad (16)$$

где $i = (R-r)/l$ – безразмерное расстояние от стенки канала (номер узла); λ – интенсивность переходов (частота турбулентных пульсаций), c^{-1} .

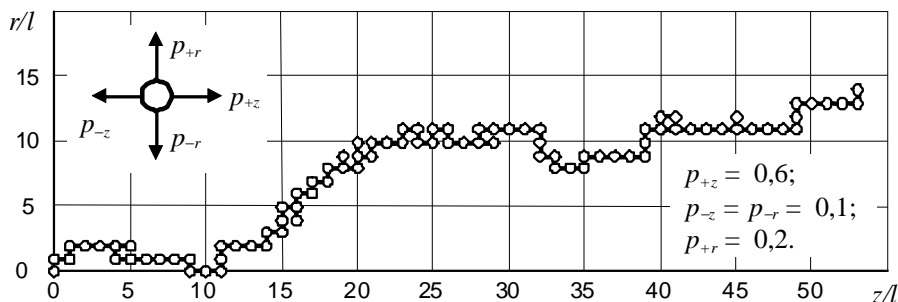


Рис. 1. Схема и пример дискретного вероятностного моделирования движения частицы во вращающейся системе координат.

Если в качестве упрощающего допущения принять, что характеристики турбулентности (амплитуда и частота пульсаций) не изменяются по длине канала ($l_i(z) = l_i$ и $\lambda_i(z) = \lambda_i$) и, кроме того, частота турбулентных пульсаций одинакова по сечению ($\lambda_i = \lambda$), то уравнение (16) примет вид

$$n_i(z + \Delta z) = n_i(z) + \frac{\lambda \Delta z}{u_{zi}} \left[\frac{l_{i-1}^2}{l_i^2} n_{i-1}(z) + \frac{l_{i+1}^2}{l_i^2} n_{i+1}(z) - 2n_i(z) \right] + \frac{u_{ri}(z)}{u_{zi}} \frac{\Delta z}{l_i} [n_{i+1}(z) - n_i(z)]. \quad (17)$$

Если в уравнениях движения частиц в радиальном направлении (3) и (9) пренебречь силой инерции, то в уравнении (17) скорость частиц u_{ri} можно оценить, приравняв силы аэродинамического сопротивления и центробежную силу. Тогда из уравнения (10)

$$u_{ri}(z) = \tau \omega_i^2(z) r_i = \tau \frac{w_\tau^2(r_i, z)}{r_i}. \quad (18)$$

Тогда с учетом профиля тангенциальной составляющей скорости газа (12) для случаев, когда влиянием дисперсной фазы на поля скоростей газа можно пренебречь:

$$u_{ri}(z) = \tau \frac{w_\tau^2(r_i, 0)}{r_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2 \bar{w}_z}{4v_\tau z}\right) \right]^2 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(R-r)^2 \bar{w}_z}{4v_\tau z}\right] \right\}^2. \quad (19)$$

Расчеты по вероятностно-статистической модели показывают, что закрутка потока оказывает существенное влияние на поле концентраций частиц. Степень этого влияния зависит, в первую очередь, от размера (массы) и, соответственно, степени увлечения частиц турбулентными пульсациями газа. Для наиболее мелких частиц (диаметром менее 1-5 мкм в зависимости от плотности частиц, скорости и угла закрутки потока) с высокой степенью увлечения ($\beta \rightarrow 1$) закрутка потока только несколько ускоряет перераспределение частиц по сечению канала и делает его еще более неравномерным – концентрация частиц в пристенном слое становится более высокой, а вблизи оси – более низкой, чем в незакрученном потоке. По мере затухания крутки ее влияние на поле концентраций также слабеет и на достаточно большом расстоянии от входного сечения поле концентрации мелких частиц благодаря турбулентным пульсациям газа становится практически аналогичным равновесному профилю, характерному для осевого потока [6].

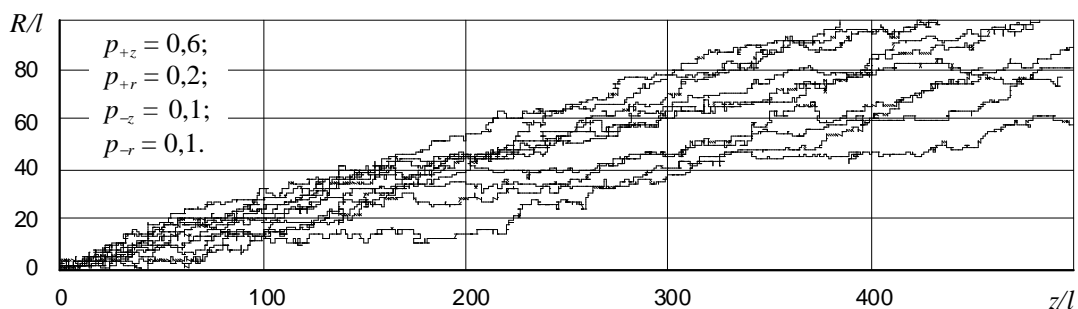


Рис. 2. Дискретное моделирование движения частиц в закрученном потоке

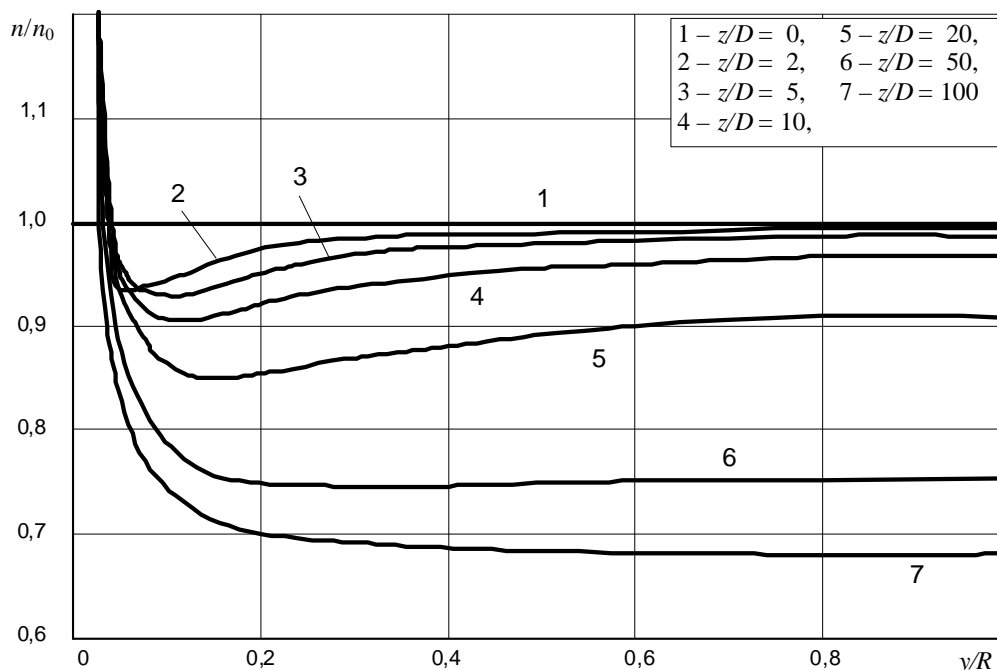


Рис. 3. Изменение профиля концентрации частиц в закрученном потоке:
 $D = 50$ мм, $w_{z0} = 30$ м/с, $\gamma = 60^\circ$, $\delta = 3$ мкм, $\rho_d = 3500$ кг/м³

Наиболее крупные частицы (диаметром более 50-100 мкм в зависимости от плотности частиц, скорости и угла закрутки потока) с низкой степенью увлечения турбулентными пульсациями газа ($\beta \rightarrow 0$) благодаря закрутке потока достаточно быстро смещаются центробежной силой в периферийную область канала, и их концентрация в пристенном слое становится очень высокой, а вблизи оси – низкой. По мере затухания крутки ее влияние на поле концентраций слабеет, однако крупные частицы благодаря своей инерционности и малой степени увлечения очень медленно перераспределяются по сечению канала, и поле их концентрации сохраняется существенно неравномерным.

Частицы средних размеров (от 1-5 до 50-100 мкм) обладают достаточной массой и относительно низкой степенью увлечения, поэтому, с одной стороны, под воздействием центробежной силы перемещаются в периферийную зону, что приводит к значительной неравномерности их концентрации по сечению канала, однако, с другой стороны, после затухания крутки турбулентные пульсации газа приводят к постепенному перераспределению частиц по сечению, и в конце концов профиль их концентрации принимает равновесную форму, характерную для незакрученного потока, при котором в ядре потока частицы распределены практически равномерно с резким увеличением в пристенной зоне (рис. 3).

С использованием предложенного вероятностно-статистического подхода разработана модель движения дисперсных частиц в закрученном потоке газа с учетом влияния турбулентных пульсаций, позволяющая рассчитать профиль концентрации частиц и его изменение по длине и радиусу канала [3].

Список литературы

1. Николаев А.Н. Комплексная очистка промышленных газовых выбросов в аппаратах вихревого типа: теоретические основы и методология расчета : автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Казань : Казанский гос. технологический университет, 1999. - 42 с.
2. Старк С.Б. Газоочистные аппараты и установки в металлургическом производстве. - М. : Металлургия, 1990. - 400 с.
3. Сугак А., Сугак Е. Центробежные пылеуловители и классификаторы. Моделирование, расчет, проектирование. - ИД «LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co», 2012. - 226 с.
4. Сугак Е.В. Моделирование и интенсификация процессов очистки промышленных газовых выбросов в турбулентных газодисперсных потоках : дис. ... докт. техн. наук. – Красноярск : Сибирский государственный технологический университет, 1999. - 320 с.
5. Сугак Е.В. Процессы очистки газов в турбулентных газодисперсных потоках. Моделирование и интенсификация. - ИД «LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co», 2011. - 308 с.
6. Сугак Е.В., Сугак А.В. Моделирование турбулентных газодисперсных потоков // Современные проблемы науки и образования. – 2012. - № 6. - С. 1-11. - URL: www.science-education.ru/106-8076.
7. Сугак Е.В., Сугак А.В. Моделирование турбулентных закрученных потоков // Современные проблемы науки и образования. – 2013. - № 1. - С. 1-8. - URL: <http://www.science-education.ru/107-8312>.
8. Ebert F. Berechnung der Trennscharfe eines Fliehkraftsichters. - Verfahrenstechnik, 1974. - Bd.8, № 9. - P. 264-268.
9. Panesar P.S. et al. Study of the maximum particle size in the overflow stream of a hydrocyclone.- Indian Chem.Eng. – 1970. – V. 12. - № 3. - P. 12-16.
10. Tassopoulos M., O'Brien J.A., Rosner D.E. Simulation of microstructure/mechanism relationships in particle deposition // AIChE Journal. – 1989. - V. 35. - № 4. - P. 967-980.

Рецензенты:

Хакимзянов Гаяз Салимович, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск.

Чекалов Лев Валентинович, доктор технических наук, генеральный директор ЗАО «Кондор-Эко», Ярославская область, п. Семибратово.